

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»

«29» августа 2025 г.

Зав. кафедрой *Гулбоев* Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине (модулю)

«Классическая дифференциальная геометрия»
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - магистр

Душанбе – 2025

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю) «Классическая дифференциальная геометрия»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы, модули	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Количество тестовых заданий	Другие оценочные средства	
				Вид	Количество
1.	Плоские кривые	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	3 1
2.	Пространственн ые кривые	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	5 3
3.	Общая локальная теория кривых	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	7 3
4.	Основная теорема локальной теории кривых	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	5 4
5.	Дополнительные теоремы теории плоских кривых	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	3 2
6.	Понятие поверхности	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	5 2
7.	Многообразия	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	6 3
8.	Элементы тензорной алгебры	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	4 2
9.	Тензорные поля на многообразиях	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	4 2

10.	Риманова геометрия	ПК-2		Перечень вопросов для устного опроса, Задания для СР	7 3
Всего:					72

**МОУ ВО «РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ» (СЛАВЯНСКИЙ)
УНИВЕРСИТЕТ»**

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

по дисциплине (модулю) «Классическая дифференциальная геометрия»

Формируемые компетенции

код	Формируемая компетенция	Этапы формирования компетенции	Содержание этапа формирования компетенции	Вид оценочного средства
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n -мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы

1. Объединение и пересечение семейства множеств. Формулы Де Моргана (доказать).
2. Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).
3. Мощность множества. Теорема Кантора (доказать).
4. Определение счетного множества. Доказать счетность объединения счетного семейства счетных множеств.
5. Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
6. Определение счетного множества. Доказать счетность декартова произведения двух счетных множеств.
7. Для того чтобы отображение, действующее между топологическими
8. пространствами было непрерывным необходимо и достаточно, чтобы оно было непрерывно в каждой точке. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
9. Определение счетного множества. Доказать счетность множества рациональных чисел.

10. Критерии непрерывности отображения (доказать).
11. Доказать несчетность отрезка $[0,1]$.
12. Открытые и замкнутые отображения. Гомеоморфизмы.
13. Метрические пространства: определение и примеры.
14. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно.
15. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
16. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.
17. Определение открытых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).
18. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно.
19. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
20. Определение замкнутых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).
21. Непрерывные отображения между метрическими пространствами.
22. Сходимость в метрическом пространстве. Примеры.
23. Гомеоморфные топологические пространства: определения, свойства и примеры.
24. Свойства доказать. Топологические инварианты.
25. Определение и примеры топологических пространств. Сравнение топологий.
26. Свойства открытых и замкнутых множеств в топологическом пространстве.
27. Внутренняя точка, граничная точка, точка прикосновения и предельная точка множества в топологическом пространстве.
28. Подпространство топологического пространства. Доказать, что сужение всякого непрерывного отображения на подпространство является непрерывным отображением.
29. Множество открыто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своей внутренностью. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
30. Множество замкнуто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своим замыканием. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
31. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах централизованных систем (критерий доказать).
32. Внутренность множества в топологическом пространстве. Свойства операции $\text{Int}(A)$

33. Всякое замкнутое подмножество компактного топологического пространства является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
34. Замыкание множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \bar{A}$.
35. Всякое компактное подмножество хаусдорфова топологического пространства является замкнутым множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
36. База топологического пространства. Примеры. Критерий базы (доказать).
37. Образ компактного пространства при непрерывном отображении является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
38. Предбаза топологического пространства. Примеры. База в точке и
39. фундаментальная система окрестностей топологического пространства. Примеры.
40. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
41. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое метрическое пространство удовлетворяет первой аксиоме счетности.
42. Определение связного подмножества топологического пространства. Критерий связности подмножества в топологическом пространстве.
43. Для непрерывности отображения $f: X \rightarrow Y$ необходимо и достаточно
44. непрерывности каждой из его компонент. Дать определения всех входящих в это утверждение понятий и доказать это утверждение.
45. Первая и вторая аксиома счётности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счётности удовлетворяет и первой аксиоме счётности.
46. Биективное непрерывное отображение компактного пространства на хаусдорфово пространство является гомеоморфизмом. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
47. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее первой аксиоме счетности удовлетворяет и второй аксиоме счетности.
48. Пусть $f: X \rightarrow Y$ непрерывное отображение. Если X – компактное пространство, то f достигает своего минимального и максимального значения на X . Дать

Критерии оценки:

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка **«хорошо»**, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка **«удовлетворительно»**, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка **«неудовлетворительно»**, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка **«зачтено»** выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка **«не зачтено»**

Решение неверное или отсутствует

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине (модулю) «Классическая дифференциальная геометрия»

Формируемые компетенции

код	Формируемая компетенция	Этапы формирования компетенции	Содержание этапа формирования компетенции	Вид оценочного средства
-----	-------------------------	--------------------------------	---	-------------------------

ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование

Самостоятельная работа №1

- Объединение и пересечение семейства множеств. Формулы Де Моргана (доказать).
- Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).
Найти точки на кривой $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $z = \cos 2t$, в которых кривизна имеет минимальное значение (локальное).

Самостоятельная работа №2

- Мощность множества. Теорема Кантора (доказать).
- Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).
-

Написать параметрические уравнения поверхности, образованной касательными к винтовой линии $x = a \cos u$, $y = a \sin u$, $z = bu$.

Самостоятельная работа №3

- Определение счетного множества. Доказать счетность объединения счетного семейства счетных множеств.
- Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

- Чему равно множество $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n}; n \right]$

Самостоятельная работа №4

- Определение счетного множества. Доказать счетность декартова произведения двух счетных множеств.
- Для того чтобы отображение, действующее между топологическими пространствами было непрерывным необходимо и достаточно, чтобы оно было непрерывно в каждой точке. Дать определение всех

входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

Пусть отображение $f : (-2; 2) \rightarrow R$ задано равенством $f : (x) = x^2 - 4$ и пусть

3. $B = [-3; 0]$ подмножество R . Найти $f^{-1}(B)$

Самостоятельная работа №5

1. Определение счетного множества. Доказать счетность множества рациональных чисел.
2. Критерии непрерывности отображения (доказать).

Какой угол образует касательная и кривой $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) \quad z = 4a \sin \frac{t}{2}$

3. точке $t = \frac{\pi}{2}$ с осью Oz

Самостоятельная работа №6

1. Доказать несчетность отрезка $[0, 1]$.
2. Открытые и замкнутые отображения. Гомеоморфизмы.

Найти соприкасающиеся плоскости кривой $x = t, y = t^2, z = t^3$, проходящие через

3. точку $M_0\left(2, -\frac{1}{3}, -6\right)$

Самостоятельная работа №7

1. Метрические пространства: определение и примеры.
2. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали кривой

3. $x = t \sin t, y = t \cos t, z = t^t$ в начале координат.

Самостоятельная работа №8

1. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.
2. Всякое сепарабельное пространство, удовлетворяющее первой аксиоме счетности удовлетворяет и второй аксиоме счетности. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида $x = u \cos v,$

3. $y = u \sin v, z = av.$

Критерии оценки:

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка **«хорошо»**, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка **«удовлетворительно»**, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка **«неудовлетворительно»**, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка **«зачтено»** выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка **«не зачтено»**

Решение неверное или отсутствует

Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов

Оценка по буквенной системе	Диапазон соответствующих наборных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
A	10	95-100	Отлично
A-	9	90-94	
B+	8	85-89	Хорошо

B	7	80-84	
B-	6	75-79	
C+	5	70-74	Удовлетворительно
C	4	65-69	
C-	3	60-64	
D+	2	55-59	
D	1	50-54	
Fx	0	45-49	Неудовлетворительно

Составитель _____
(подпись)